The Japanese Association of Management Accounting

日本管理会計学会誌
管理会計学1999年 第7巻第1·2合併号

論　文

在庫問題を考慮した多重単位期間最適製品ミックス決定による短期予算設定

後藤　晃範*

＜論文要旨＞

年次予算は，企業の生産計画，販売計画，財務計画，人事計画，研究開発計画などの種々の経営計画を統合する期間総合計画であり，現実には，常に変動するであろう諸材料の仕入価格，製品の販売価格，需要数量などの予測に基づいて月別または，四半期別に編成される．したがって，年次予算の編成のために与えられた条件の下で最適な製品ミックス決定を考慮しようとする場合には，1事業年度を構成する月，二ヶ月，あるいは，四半期などを単位期間として設定し，複数の単位期間，すなわち，多重単位期間について製品ミックスの同時決定をおこなう必要がある．

しかし，従来からの製品ミックスに関する研究は，単一期間のみ対象とするものがほとんどであり，したがって，年次予算の編成に必ずしも現実的であるとはいえない．

そこで本研究では，1予算期間を対象として，使用する財貨および用役の購入価格，生産可能数量，製品の販売価格，販売可能数量等が変化する状況の下で，単位期間末における在庫水準を考慮し，財政状態をも直接的に扱うことが可能である，多重単位期間の最適製品ミックスの同時決定モデルをシナリオ方式に基づいて構築し，かつ，それを包括する企業予算モデルを構築することを目的としている．

本研究における，複数の単位期間にわたる製品ミックス決定モデルは，製品在庫の払出方法を，先入先出法としている．これにより，ある単位期間における販売数量の中に，複数の生産時期の異なるロットが混在することになり，そのため，各期の販売数量および生産数量が決定されないと，その期の販売数量の中に，生産時期の異なるロットがどのように含まれるかを把握することができない．そこで，本モデルでは，事前に，異なるロットの混在する全てのパターンを考慮し，これをシナリオとし，シナリオごとに線形計画法を用いて定式化をおこなう．この各シナリオでの最適値の内，もっとも大きいものを本モデル全体の最適値とする．これにより，各単位期間の生産数量および販売数量を決定し，製品ミックスが財政状態に与える影響を把握するために，各単位期間ごとの見積損益計算書および見積貸借対照表を表示している．

〈キーワード〉

年次予算，製品ミックス決定，多重単位期間モデル，シナリオ方式，見積貸借対照表，見積損益計算書

1998年10月 受付
1999年8月 受理
*東京理科大学大学院工学研究科

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

1. はじめに

企業の年次予算は，生産計画，販売計画，財務計画，人事計画，研究開発計画等，種々の個別計画を統合するという意味で，翌期の1予算期間を対象とする短期の総合計画として位置づけられるが，季節により，財貨および用役の購入価格が変動し，商品もしくは製品の需要数量と販売価格も変動することが多いので，現実の業務においては，月別，四半期別という，予算期間を構成する各単位期間の累計として編成されるのが通常である．その際に，年次の生産計画と販売計画をたてるにあたり，各月末や各四半期末等の，単位期間末の在庫数量，棚卸資産等の水準をも考慮し，複数の単位期間について，すなわち，多重単位期間について最適製品ミックスを同時に決定する必要がある．したがって，短期（年次）の多重単位期間の最適製品ミックス決定モデルを構築するためには，資産，負債等の財政状態を直接的に扱うことができる予算モデルを前提とする必要がある．

さらに，予算モデルの基本構造は，見積貸借対照表および見積損益計算書等の作成に有用であり，企業のビヘイヴィアを直接対象としうる行列会計方式に基礎を置くのが有効である．

行列会計方式に基づく予算モデルの既往の研究としては，井尻〔9〕，伏見・中山〔4〕，古川・福川〔3〕等が目標計画法を適用したモデル等へと拡張している．また，伏見〔5〕は，複数の事業年度を対象とする長期モデルを取り扱っている．

さらに，門田〔16〕によって，材料や製品の生産数量，販売数量，在庫数量を決定する予算編成モデルが提案されており，浜田〔7〕は，原価計算システムを導入した多期間製品ミックス決定を含む企業モデルを構築している．

しかしながら，これらの研究はいずれも，多重単位期間の最適製品ミックスの同時決定モデルを含む年次予算モデルの構築を目的とするものではないといえる．

そこで本研究では，1予算期間を対象として，使用する財貨および用役の購入価格，生産能力により規定される生産可能数量，製品の販売価格，市場規模とシェアにより規定される販売可能数量等が変化する状況の下で，単位期間末における在庫水準を考慮し，財政状態をも直接的に扱うことが可能である，多重単位期間の最適製品ミックスの同時決定モデルをシナリオ方式に基づいて構築し，かつ，それを包括する企業予算モデルを行列会計方式に基づいて構築することを目的としている．

そのために，第2節において，1予算期間における多重単位期間最適製品ミックス同時決定モデルの概要と構造を明らかにし，第3節において，シナリオ方式を用いた目的関数について説明する．第4節では，数値例にこのモデルを適用することにより，その特性を

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

示し，実際に，最適製品ミックス同時決定に基づく見積貸借対照表と損益計算書を導く方法を提示し，最後に結論を述べる．

2. 短期多重単位期間最適製品ミックス同時決定モデルの概要

本研究におけるモデルは，予算編成が種々の個別計画を統合するという観点から大きく，短期多重単位期間最適製品ミックス同時決定モデル（以下，「製品ミックス決定モデル」という）の部分と見積貸借対照表および損益計算書を作成する予算モデルの部分とに分けて検討することができる．

以下では，製品ミックス決定モデルの部分について説明する．

まず，製品ミックス決定モデルの仮定を述べ，次に，予算期間を通じて製品の販売価格および単位あたり変動費が一定の場合の目的関数および製品ミックス決定に関する制約について概要を述べる．

製品ミックス決定モデルを支える以下の仮定を示すことにする．

(1) モデルの対象期間は，1予算期間（翌1事業年度）とする．
(2) 1予算期間は，これを構成する単位期間（四半期，月，旬等）を導入することにより，多重単位期間として表される．
(3) 棚卸資産原価の決定は，先入先出法とする．
(4) 各製品の単位あたり変動費は，予算期間を通じて変化するが，各単位期間内では一定とする．
(5) 生産能力は，各単位期間ごとに異なるものとする．
(6) 各製品の販売価格は，予算期間を通じて変化するが，各単位期間内では一定とする．
(7) 各製品の販売可能数量（需要数量の上限）は，各単位期間ごとに異なるものとする．
(8) 各製品の単位あたり作業時間は，予算期間を通じて変化するものとして取り扱うことができるが，各単位期間内では一定とする．
(9) 予算期間を通じて，倉庫の収容能力は一定とする．
(10) 予算期間を通じて変動する在庫水準は，各単位期間末についてだけ考慮する．
(11) 在庫費用は固定費に属するものとする．
(12) 原価計算方法としては，直接原価計算を用いる．
(13) 目的関数は，予算期間を通じての貢献利益総額の最大化を図るものとする．

以下において，上に述べた仮定と関連して，本研究のモデルの基本的特性を述べる．

本モデルは，予算期間内の時間の経過を考慮したモデルであるが，よりオペレーショナルにするために，単位期間の概念を導入して構築されている．したがって，本モデルは，

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

単位期間としてどのような時間的長さ，すなわち，四半期，2ヶ月，1ヶ月，旬等の内，いずれを選択するかにより，モデルの複雑性，操作性，実用性が影響を受けるという特性を有する．

本モデルでは，ある単位期間内で販売された製品が，同一の単位期間内で生産されたものとは限らず，過去の数単位期間に渡ってそれぞれ異なる製品単位あたりの変動費で生産された場合も考慮するので，極めて複雑な状況を扱うことになり，シナリオ方式によらざるを得ない．このシナリオ方式については，第3節において明らかにする．

従来の最適製品ミックス決定モデルにおいては，通常，生産数量と販売数量とが等しいと仮定される場合が多いが，本モデルにおいて，単位期間末の在庫水準を取り扱うことができるのは，基本的特性であるといえる．現実の企業の年次予算の編成においては，季節変動や景気の動向などを考慮し，四半期別や月別といった，1事業年度を構成する各単位期間別におこなう売上高予測や材料などの仕入価格の予測を反映させるため，製品ミックス決定においては，各単位期間別に製品の生産数量，販売数量，在庫数量を決定しなければならない．特に，本モデルにおいては月別や四半期別など，短い期間を対象とする際には，製品の在庫数量が，生産数量や販売数量に対する割合も大きくなり，無視することは不可能である．

仮定（11）が示すように在庫費用が固定費であるということは，倉敷料，減価償却費，倉庫管理者の人件費等が，在庫量の大きさに応じて変化しないという意味であり，したがって，倉庫の収容能力を変更させない限り，本モデルにおいては，埋没原価として扱うことを意味する．

本来，予算モデルの目的関数は，経常利益あるいは税引前利益の最大化を図ることを目的とするのが通常であるが，本モデルでは，特に，最適製品ミックス決定を目的とすることを重視しているので，貢献利益総額Πの最大化を図ることを目的としている．

貢献利益総額は，任意の単位期間tにおける任意の製品kごとの貢献利益額π_k^tの和として次のように示される．

$$\Pi=\sum_k\sum_t \pi_k^t \tag{2-1}$$

貢献利益額は，意思決定変数である単位期間tにおける製品kの販売数量Q_{Sk}^t，パラメータである単位期間tにおける製品kの販売価格p_k^t，単位期間tにおける製品kの単位あたり変動費v_k^tによって決定される．また，単位期間tにおける製品kの期首在庫数量Q_{Bk}^t，生産数量Q_{Pk}^t，販売数量Q_{Sk}^t，および期末在庫数量Q_{Ek}^tの関係は次のように表される．

$$Q_{Bk}^t+Q_{Pk}^t=Q_{Sk}^t+Q_{Ek}^t \tag{2-2}$$

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

また，t+1期における期首在庫数量は，t期における期末在庫数量と等しい．

$$Q^{t}_{Ek}=Q^{t+1}_{Bk} \tag{2-3}$$

式（2−3）を，式（2−2）に代入することにより，以下の式を導くことができる．

$$Q^{t}_{Bk}+Q^{t}_{Pk}=Q^{t}_{Sk}+Q^{t+1}_{Bk} \tag{2-4}$$

本モデルにおいて，予算期間の期首製品在庫数量は，外生変数としてのパラメータとする．これと式（2−4）より，単位期間tにおける製品kの生産数量と販売数量を意思決定変数とすることができる．

本モデルでは，単位あたり変動費と販売価格が，各単位期間によって異なることを前提としているが，もし単位あたり変動費と販売価格が，予算期間の期首在庫も含めて，常に一定だった場合には，単位期間tにおける製品kの貢献利益額は，次のように表される．

$$\pi^{t}_{k}=(p^{t}_{k}-v^{t}_{k})\,Q^{t}_{Sk} \tag{2-5}$$

なお，単位あたり変動費および販売価格が，各単位期間ごとに異なる場合の単位期間tにおける製品kの貢献利益額についての一般式は，次節で明らかにする．

制約については，本来，実際の生産状況を考慮し，これをモデル化することが必要である．しかし，個々の企業や工場，工程等においてはそれらの状況は異なり，これらの状況をすべて反映することは不可能である．そこで，本研究では，代表的であり，必要最小限の制約を用いることとする．

第1の制約は，工程制約である．工程制約は，ここでは，製品kの単位あたり作業時間h^{t}_{k}に生産数量を乗じ，これが工程の延べ作業時間である単位期間tにおける最大作業可能時間H^{t}_{MAX}以内でなければならないとする制約である．この制約において，生産数量の上限が与えられる．

$$\sum_{k} h^{t}_{k}\,Q^{t}_{Pk} \leq H^{t}_{MAX} \tag{2-6}$$

第2の制約は，最小在庫数量制約である．最小在庫数量制約は，単位期間tにおける製品kの期末在庫数量が一定以上なければならないとする在庫切れに対する備えのための制約であり，単位期間tにおける製品kの期末在庫数量$Q^{t}_{Ek,\,min}$を下限とする．この制約により，在庫数量の下限が与えられる．

$$Q^{t}_{Ek} \geq E^{t}_{Ek,\,min} \tag{2-7}$$

第3の制約は，最大在庫数量制約である．最大在庫数量制約は，倉庫の収容能力を一定とする仮定から，以下のようにモデル化することができる．単位期間tの期末における最大在庫数量は，$Q^{t}_{E,\,MAX}$とする．この制約により，在庫数量の上限が決定される．

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

$$\sum_{k} Q^{t}_{Ek} \leq Q^{t}_{E,\,MAX} \qquad (2-8)$$

第4の制約は，販売市場制約である．単位期間tにおける製品kの販売可能数量$Q^{t}_{Sk,\,MAX}$を越えて，販売することはできないとする制約である．この制約によって，販売数量の上限が決定される．

$$Q^{t}_{Sk} \leq Q^{t}_{Sk,\,MAX} \qquad (2-9)$$

なお，すべての変数に非負条件が必要である．

式（2−5）を用いた目的関数と4つの制約は，線型計画法を用いることで解くことが可能である．ただし，式（2−5）を用いた目的関数は，各製品の単位あたり変動費と販売価格が，予算期間を通じて一定の場合である．また，単位期間によって異なるときは，次節で定式化する目的関数を用いる．

以上，製品ミックス決定モデル部分の概要を述べてきた．

3. 目的関数の設定（単位あたり変動費と販売価格が，単位期間により異なるとき）

前節で示した目的関数は，製品ごとに単位あたり貢献利益が，予算期間を通じて一定であるとしており，在庫の払出などは考慮する必要のない状況であった．本節では，各製品ごとの単位あたり変動費と販売価格が，各単位期間により異なるときの目的関数を導く．

この状況において問題となるのは，変動売上原価の計算である．本モデルでは，前節における仮定（4）と（6）に示したごとく，同一単位期間に販売された製品の販売価格は同一であり，同一単位期間に生産された製品の単位あたり変動費は同一であるが，同一単位期間に販売された製品であっても，生産された単位期間が異なる場合がある．つまり，同じ販売価格で売られた製品であっても，その単位あたり変動費は生産された単位期間のロットごとに異なるはずである．この状況を考慮して，製品在庫の払出については先入先出法を適用して，目的関数の定式化をおこなう．

在庫を考慮することで，いつ生産された在庫が，製品倉庫にどれだけ残っているかを把握する必要がある．例えば，第2単位期間についていえば，製品倉庫には，予算期間の期首からの在庫分，第1単位期間に生産された在庫分，第2単位期間に生産された在庫分が存している可能性があり，第1単位期間までにどれだけの製品が販売されたかによって，製品倉庫の状況および，第2単位期間における貢献利益額が異なる．つまり，第1単位期間において，予算期間の期首からの在庫分を全て販売することができなければ，製品倉庫には，期首からの在庫分と第1単位期間の生産分が残っており，第2単位期間にはこれら

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

に加え，第2単位期間に生産された製品も販売可能となる．もし，第1単位期間において，第1単位期間の生産分のすべてを販売していないのであるならば，第2単位期間には，第1単位期間の生産分の残りと第2単位期間の生産分を販売することになる．このような場合分けをすべての単位期間に対しておこなうことにより，目的関数を定式化することができる．この場合分けをシナリオと呼ぶ．そこで，1予算期間におけるすべての単位期間について，上のような場合分けを考慮し，それぞれ通し番号jをつけ，任意のシナリオjの貢献利益総額Π_jを新たに定義する．

また，例えば，第2単位期間において，予算期間の期首からの在庫分，第1単位期間の生産分，第2単位期間の生産分を販売するならば，販売価格は同じでも，単位あたり変動費は3種類となる．つまり，製品の単位あたり貢献利益の異なるロットが3種類販売されることになる．しかし，第2単位期間において，第1単位期間の生産分と第2単位期間の生産分を販売するのならば，製品単位あたり貢献利益の異なるロットは2種類になる．このように，製品単位あたり貢献利益の異なるロットが，何種類含まれているかを考慮しなければならないため，さらに，シナリオjにおいて単位あたり貢献利益の異なるm種のロットからなる，単位期間tにおける製品kの貢献利益額$\pi^t_{mk,j}$を定義する．

以上により，本モデルにおける目的関数は次のように定義できる．

$$\underset{j}{MAX}\Pi_j$$

ただし，
$$\Pi_j=\underset{Q^t_{Pk},\,Q^t_{Sk}}{MAX}\sum_k\sum_t\pi^t_{mk,j} \qquad (3-1)$$

次に，シナリオjにおいて単位あたり貢献利益の異なるm種のロットからなる，単位期間tにおける製品kの貢献利益額の定式化について考える．簡単のため，予算期間は2単位期間のみで構成されるものとする．

今，第1単位期間の製品kの貢献利益額を定式化するとき，図3−1および図3−2のような2通りのシナリオの分岐が考えられる．図3−1および図3−2ともに，下方軸は時間を，右方軸は製品kの生産数量および販売数量を，上方軸は変動費Vおよび売上高Sをそれぞれ表している．

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

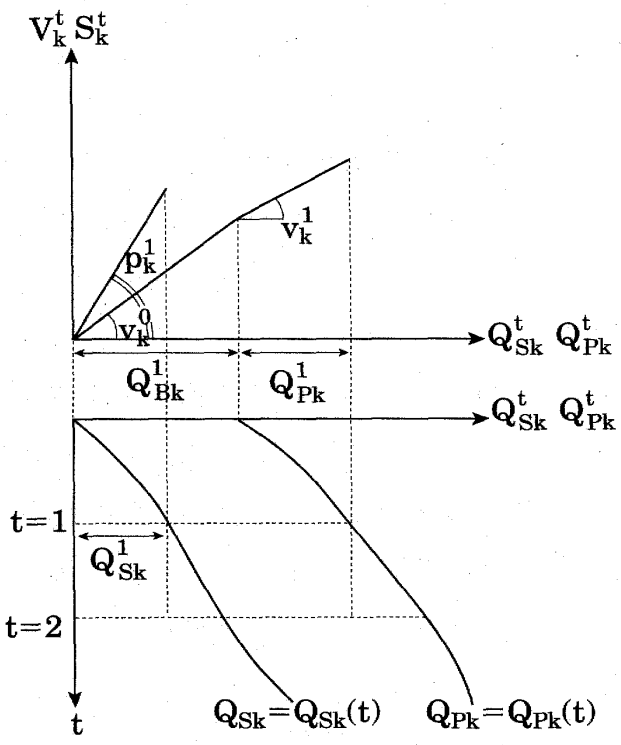

図3-1 時間と生産数量・販売数量と変動費・売上高との関係（シナリオ1～3）

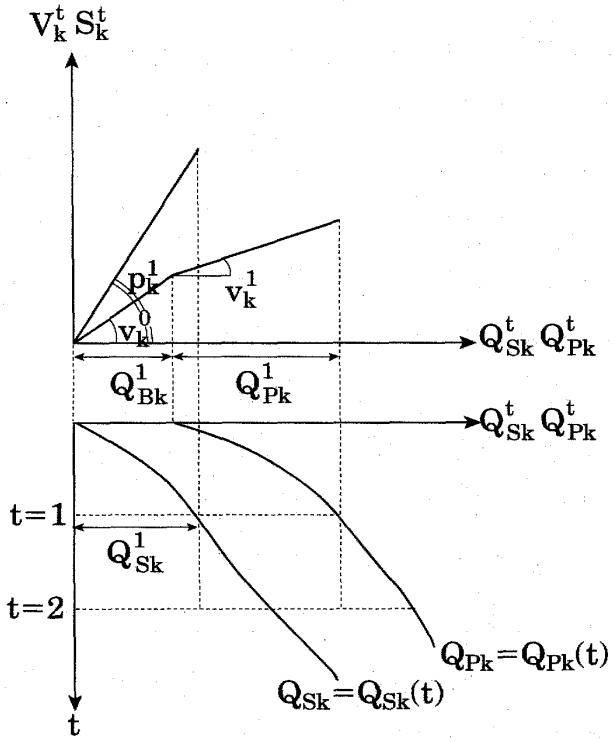

図3-2 時間と生産数量・販売数量と変動費・売上高との関係（シナリオ4～5）

図3−1および図3−2は，それぞれ第4象限（図の下方部分）において，単位期間tにおける製品kの生産数量Q_{Pk}^t・販売数量Q_{Sk}^tと時間tとの関係を示している．原点から始まる右下方向への曲線が，販売数量と時間との関係$Q_{Sk}=Q_{Sk}(t)$を示し，右方軸にQ_{Bk}^tの点から右下方向への曲線が生産数量と時間との関係$Q_{Pk}=Q_{Pk}(t)$を示す．この販売数量曲線と生産数量曲線との水平距離が，その時点における在庫数量を示している．時間0での2曲線間の水平距離は，予算期間の初期在庫を示している．一方，第1象限（図の上方部分）は，生産数量・販売数量と変動費・売上高との関係を示している．第4象限から得られた各単位期間ごとの生産数量および販売数量に，それぞれの単位あたり変動費および販売価格を乗じて，変動費および売上高を得ることができる．貢献利益額は，第1象限の変動費線と売上高線の垂直距離で表されている．

図3−1は，第1単位期間の販売分を初期在庫のみでまかなっているのに対して，図3−2は，初期在庫分と第1単位期間の生産分とを販売している．つまり，図3−1における状況の第1単位期間における貢献利益額は，式（3−2）で示すように，製品単位あたり貢献利益が1種類のロットからなっているのに対して，図3−2の状況は，式（3−3）で示すよう

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

に2種類のロットからなっていることがわかる．

$$\pi^1_{1k,j}=(p^1_k-v^0_k)Q^1_{Sk} \qquad \text{ただし，} Q^1_{Sk}\leq Q^1_{Bk} \qquad (3-2)$$

$$\pi^1_{2k,j}=(p^1_k-v^0_k)Q^1_{Bk}+(p^1_k-v^1_k)(Q^1_{Sk}-Q^0_{Bk}) \qquad \text{ただし，} Q^1_{Sk}>Q^1_{Bk} \qquad (3-3)$$

なお，第1単位期間におけるシナリオの分岐の条件は，第1単位期間の販売数量と初期在庫数量のどちらが大きいかということである．

次に，第2単位期間における貢献利益額を考えるが，このとき，図3−1が示すような状況なのか，図3−2が示すような状況なのかで，目的関数は変化することになる．図3−1が示すような状況からは更に，シナリオは3通りに分岐することになる．予算期間は2つの単位期間で構成されるので，ここで，シナリオに通し番号をつけることにする．図3−3が示す状況をシナリオ1とし，図3−4をシナリオ2，図3−5をシナリオ3とする．

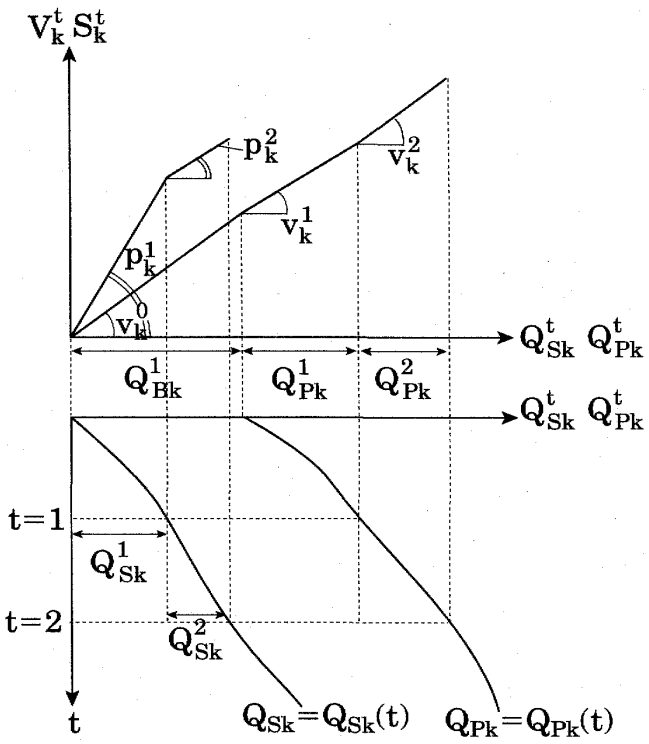

図3-3　シナリオ1における時間と生産数量・販売数量と変動費・売上高との関係

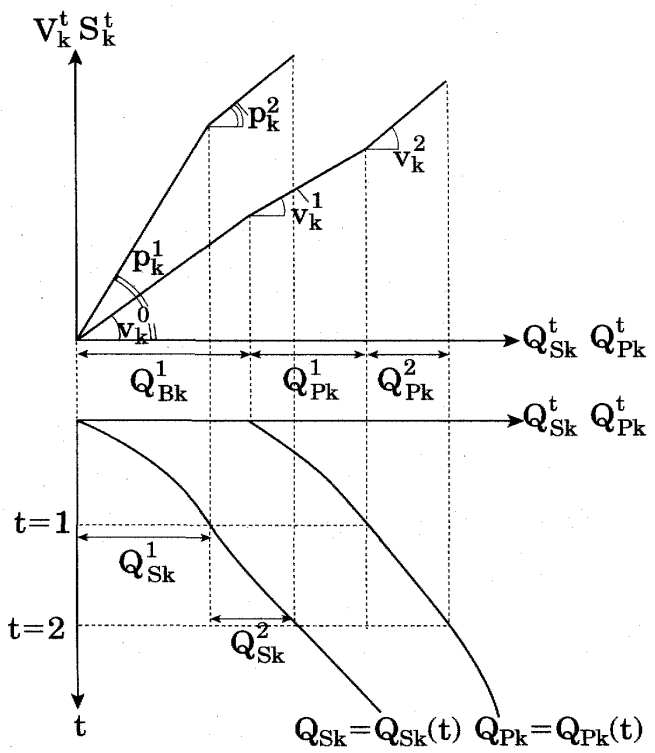

図3-4　シナリオ2における時間と生産数量・販売数量と変動費・売上高との関係

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

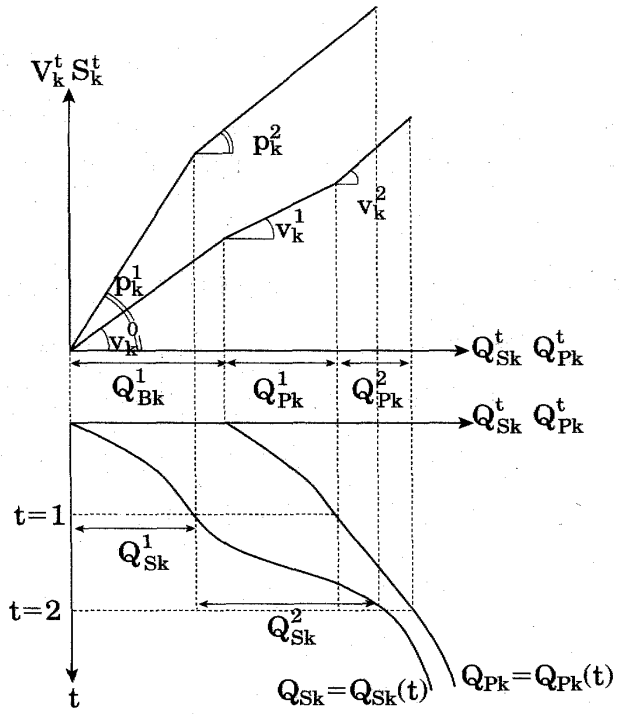

図3-5　シナリオ3における時間と生産数量・販売数量と変動費・売上高との関係

$$\pi^2_{1k,1}=(p^2_k-v^0_k)Q^2_{Sk} \qquad \text{ただし，} Q^1_{Bk}\geq Q^1_{Sk}+Q^2_{Sk} \tag{3-4}$$

$$\pi^2_{2k,2}=(p^2_k-v^0_k)(Q^1_{Bk}-Q^1_{Sk})+(p^2_k-v^1_k)(Q^1_{Sk}+Q^2_{Sk}-Q^1_{Bk})$$
$$\text{ただし，} Q^1_{Bk}<Q^1_{Sk}+Q^2_{Sk}\leq Q^1_{Bk}+Q^1_{Pk} \tag{3-5}$$

$$\pi^2_{3k,3}=(p^2_k-v^0_k)(Q^1_{Bk}-Q^1_{Sk})+(p^2_k-v^1_k)Q^1_{Pk}+(p^2_k-v^2_k)(Q^1_{Sk}+Q^2_{Sk}-Q^1_{Bk}-Q^1_{Pk})$$
$$\text{ただし，} Q^1_{Bk}+Q^1_{Pk}<Q^1_{Sk}+Q^2_{Sk}\leq Q^1_{Bk}+Q^1_{Pk}+Q^2_{Pk} \tag{3-6}$$

図3−2が示す状況からは，シナリオは2通りに分岐することになる．それぞれ，図3−6が示す状況をシナリオ4，図3−7が示す状況をシナリオ5とする．

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

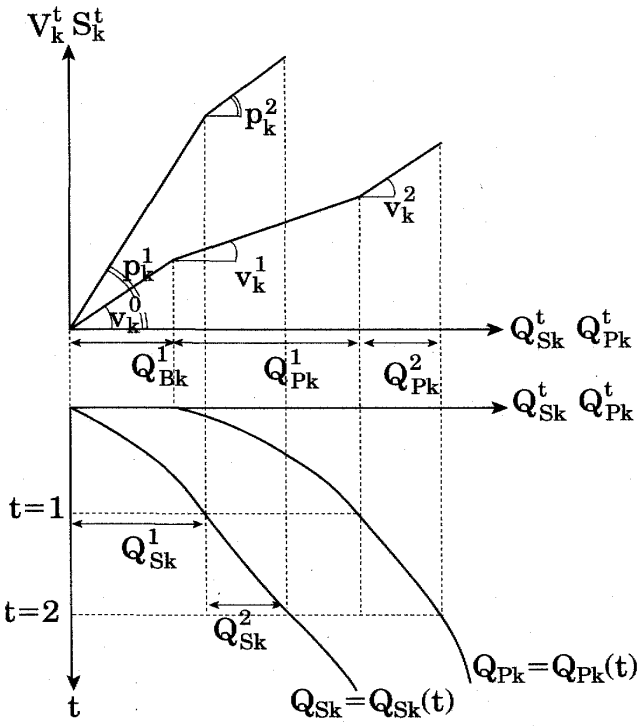

図3-6　シナリオ4における時間と生産数量・販売数量と変動費・売上高との関係

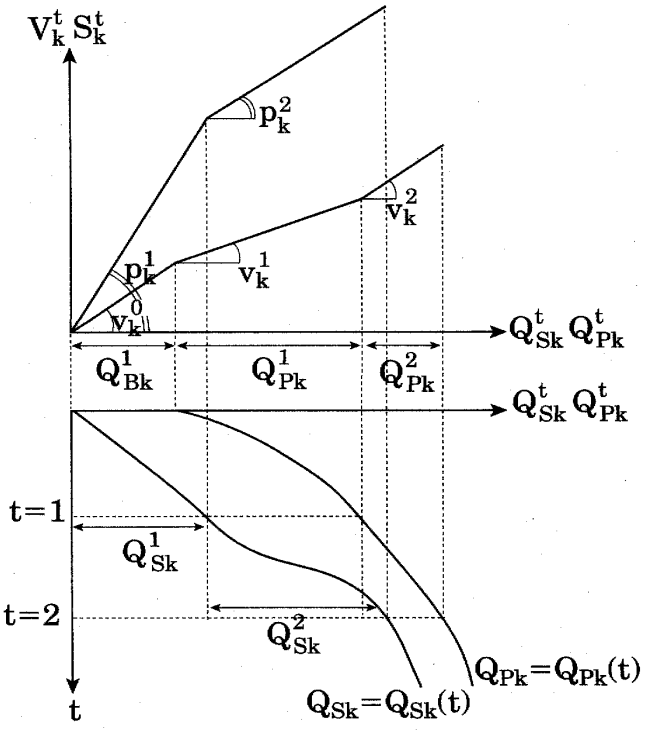

図3-7　シナリオ5における時間と生産数量・販売数量と変動費・売上高との関係

$$\pi_{1k,4}^2=(p_k^2-v_k^0)Q_{Sk}^2 \qquad \text{ただし，} Q_{Bk}^1<Q_{Sk}^1+Q_{Sk}^2\leq Q_{Bk}^1+Q_{Pk}^1 \tag{3-7}$$

$$\pi_{2k,5}^2=(p_k^2-v_k^1)(Q_{Bk}^1+Q_{Pk}^1-Q_{Sk}^1)+(p_k^2-v_k^2)(Q_{Sk}^1+Q_{Sk}^2-Q_{Bk}^1-Q_{Pk}^1)$$

$$\text{ただし，} Q_{Bk}^1+Q_{Pk}^1<Q_{Sk}^1+Q_{Sk}^2\leq Q_{Bk}^1+Q_{Pk}^1+Q_{Pk}^2 \tag{3-8}$$

以上のように，製品が1種類であり，1予算期間が，2つの単位期間で構成されるような単純な場合には，シナリオの数は，5つである．製品が2種類であれば，例えば，製品1に対してはシナリオ3の状況，製品2に対してはシナリオ4の状況というように，製品1のシナリオに製品2のシナリオの分岐が加わることにより，シナリオの数は2乗倍され25となる．製品が，k種類であれば，シナリオの数はk乗倍される．

これらを踏まえて，シナリオjにおける製品単位あたり貢献利益が異なるm種のロットからなる，単位期間tにおける製品kの貢献利益額の一般化を試みる．

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

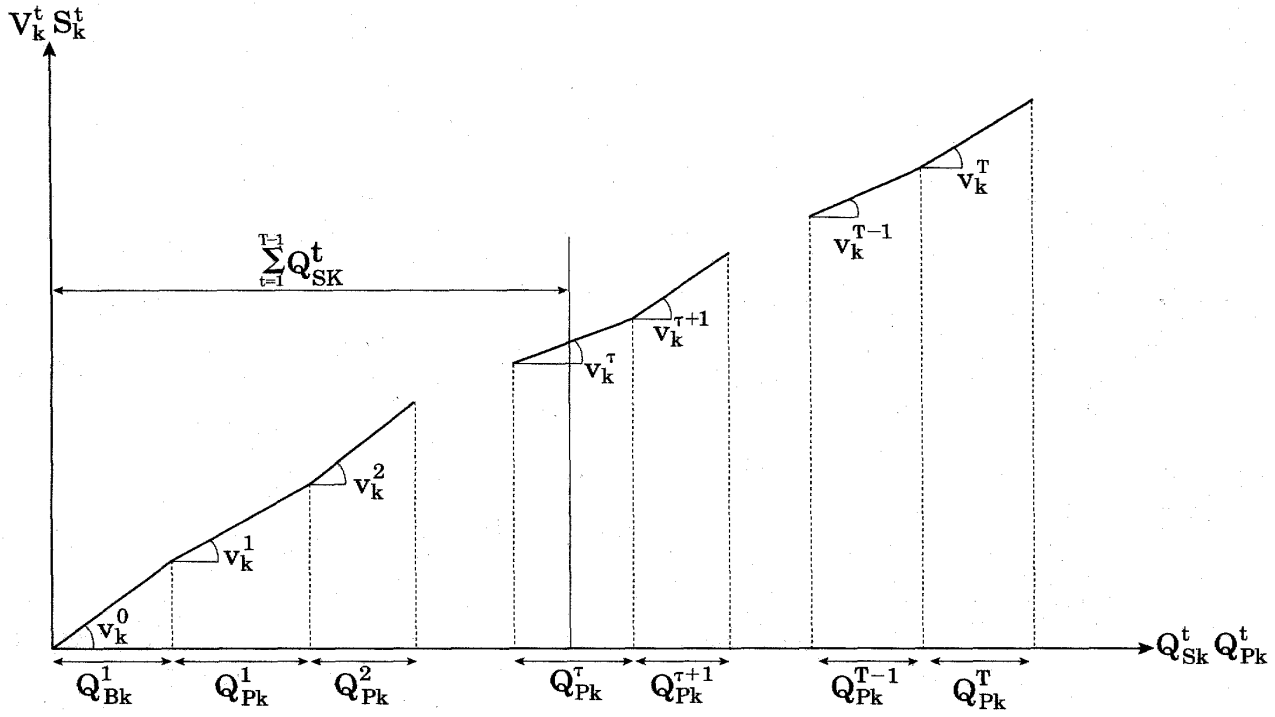

図3-8 各単位期間における生産数量と販売数量と対応する変動費の関係

図3−8は，任意の第T単位期間末までに，第τ単位期間の生産分の一部までを販売している状況を示している．なお，Tとτは，それぞれ予算期間の任意の単位期間を表し，$0 \leq \tau < T$である．ただし，$\tau = 0$とは，予算期間の期首を表す．

この第T単位期間末の製品在庫数量は，第τ単位期間の生産分に第T単位期間の生産分までを加えた値である．第T単位期間においては，第τ単位期間の生産分だけを販売するシナリオから，第τ単位期間の生産分から第T単位期間の生産分までを販売するシナリオまで，$(T-\tau+1)$通りの分岐が考えられる．つまり，このとき，製品単位あたり貢献利益の異なるロットの種類であるmは，1から$(T-\tau+1)$までの値をとる．

これから，シナリオjにおいて製品単位あたり貢献利益の異なるm種のロットについて，m=1のとき，m=2のとき，およびm≧3のときの3ケースにわけて，単位期間tにおける製品kの貢献利益額の一般式を示す．

m=1のとき

$$\pi_{mk,j}^T = (p_k^T - v_k^\tau) Q_{SK}^T$$

$$\text{ただし，} \sum_{t=1}^{T} Q_{Sk}^t \leq Q_{Bk}^1 + \sum_{t=1}^{\tau} Q_{Pk}^t \qquad (3-9)$$

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

m＝2のとき

$$\pi^{T}_{mk,j}=(p^{T}_{k}-v^{t}_{k})(Q^{1}_{Bk}+\sum_{t=1}^{\tau}Q^{t}_{Pk}-\sum_{t=1}^{T-1}Q^{t}_{Sk})+(p^{T}_{k}-v^{\tau+1}_{k})(\sum_{t=1}^{T}Q^{t}_{Sk}-Q^{1}_{Bk}-\sum_{t=1}^{\tau}Q^{t}_{Pk})$$

$$\text{ただし，}\ Q^{1}_{Bk}+\sum_{t=1}^{\tau}Q^{t}_{Pk}<\sum_{t=1}^{T}Q^{t}_{Sk}\leq Q^{1}_{Bk}+\sum_{t=1}^{\tau+1}Q^{t}_{Pk} \qquad (3-10)$$

m≧3のとき

$$\pi^{T}_{mk,j}=(p^{T}_{k}-v^{\tau}_{k})(Q^{1}_{Bk}+\sum_{t=1}^{\tau}Q^{t}_{Pk}-\sum_{t=1}^{T-1}Q^{t}_{Sk})+\sum_{n=2}^{m-1}(p^{T}_{k}-v^{\tau+n-1}_{k})\,Q^{\tau+n-1}_{Pk}$$

$$+(p^{T}_{k}-v^{\tau+m-1}_{k})(\sum_{t=1}^{T}Q^{t}_{Sk}-Q^{1}_{Bk}-\sum_{t=1}^{\tau+m-2}Q^{t}_{Pk})$$

$$\text{ただし，}\ Q^{1}_{Bk}+\sum_{t=1}^{\tau+m-2}Q^{t}_{Pk}<\sum_{t=1}^{T}Q^{t}_{Sk}\leq Q^{1}_{Bk}+\sum_{t=1}^{\tau+m-1}Q^{t}_{Pk} \qquad (3-11)$$

式（3−9），（3−10）および（3−11）で示される，シナリオjにおける製品単位あたりの貢献利益の異なるm種のロットからなる，単位期間tにおける製品kの貢献利益額を，シナリオの分岐にそって，各製品，各単位期間ごとに合計して，目的関数を定式化する必要がある．つまり，シナリオの数だけ目的関数を定式化する必要がある．これにより，複数の線型計画法問題からなる，多重線型計画法問題となり，それぞれの最大値を求め，全てのシナリオの中の最大値の最大値が本モデルの最適解となる．

なお，制約は，前節で述べたとおりである．

また，本モデルでは，現実の状況を近似的に表すものとして先入先出法を用いたが，後入先出法を適用する場合についても容易に修正することができる．そのためには，第1単位期間からシナリオを分岐させるのでなく，最終単位期間からシナリオを分岐させていけばよい．ただし，最終単位期間に販売される製品が，最終単位期間に生産される製品のみであった場合には，両者の値は等しいとする条件が必要となる．

4. 数値モデルによる検討

前節では，短期多重単位期間最適製品ミックス同時決定モデルの構築を試みてきたが，本節では，そのモデルを予算モデルに組み込み，簡単な数値例を用いて，実際に，見積貸借対照表および見積損益計算書の作成を試みる．

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

ある企業は，2種類の製品を生産し，単位期間を四半期としている．このとき，次の資料に基づき，各単位期間の貢献利益額の和を最大にする各製品の，各単位期間の生産数量，販売数量，各単位期間末の製品在庫数量の決定を目的とする，短期多重単位期間最適製品ミックス同時決定モデルを予算モデルに組み込んだ，数値例を示す．

各製品の各単位期間の販売価格と変動費は表4−1に示す通りである．

また，制約は次の通りである．（Ⅰ）各製品の1個あたりの作業時間は決定しており（表4−2），最大作業時間は各期800時間である．これを工程制約とする．（Ⅱ）在庫は製品の品切れを防ぐための最小在庫数量の制約（表4−3）を設ける．また，（Ⅲ）期末の在庫数量の最大収容量は，2種類の製品を合わせて800個である．これを最大在庫数量の制約とする．（Ⅳ）各期各製品の販売可能数量は決定している（表4−4）．これを販売市場制約とする．

前年度（前予算期間）からの製品1の在庫数量は，50個であり，単位あたり変動費は，3,800円，製品2の在庫数量は，48個であり，単位あたり変動費は，1,750円である．

また，固定原価は，各期に現預金で支払われるものが，2,000,000円，減価償却費は，200,000円と見積もられる．

また，材料などの購入と製品の販売は，すべて掛けでおこなわれ，それらの決済は，翌四半期にすべておこなわれるものとする．

なお，予算期間の期首の財政状態の予測は，表4−5の通りである．

表4-1　各製品の各期の単位あたり販売価格と変動費（単位：円／個）

	第1四半期	第2四半期	第3四半期	第4四半期
製品1販売価格	10,000	10,000	10,500	10,000
変動費	3,800	4,500	4,800	3,500
製品2販売価格	7,500	7,500	8,000	7,500
変動費	2,000	1,500	2,500	2,100

表4-2　単位あたりの作業時間（各期共通）

	1個あたり作業時間
製品1	1.5時間／個
製品2	0.7時間／個

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

表4-3　最小在庫数量（各期共通）

	最小在庫数量
製品1	50個
製品2	45個

表4-4　販売市場制約

	第1四半期	第2四半期	第3四半期	第4四半期
製品1	250個	280個	550個	350個
製品2	310個	320個	600個	350個

表4-5　予算期間期首の貸借対照表

現預金	2,308,800	買掛債務	1,262,800
売掛債権	1,881,200	資本金	10,790,000
棚卸資産	274,000		
固定資産	7,588,800		

以上の資料に基づき，本予算モデルを適用すると，次のように最適製品ミックスを決定することができる．なお，シナリオ数は，196である．

表4-6　製品1の最適生産数量と販売数量

	第1四半期の販売数量	第2四半期の販売数量	第3四半期の販売数量	第4四半期の販売数量	生産数量合計
初期在庫数量	50	——	——	——	50
第1四半期の生産数量	147.4	242.67	——	——	390.07
第2四半期の生産数量	——	37.333	66.667	——	104
第3四半期の生産数量	——	——	483.33	50	533.3
第4四半期の生産数量	——	——	——	300	350
販売数量合計	197.4	280.003	549.997	350	

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

表4-7 製品2の最適生産数量と販売数量

	第1四半期の販売数量	第2四半期の販売数量	第3四半期の販売数量	第4四半期の販売数量	生産数量合計
初期在庫数量	48	——	——	——	48
第1四半期の生産数量	262	45	——	——	307
第2四半期の生産数量	——	275	600	45	920
第3四半期の生産数量	——	——		0	0
第4四半期の生産数量	——	——	——	305	350
販売数量合計	310	320	600	350	

なお，本モデルにおいて，先入先出法を用いることによる特性として表4−6および表4−7の各セルに値が存在しない場合には，「−」が記入されている．

また，予算期間を単純に4単位期間から構成されるものとして本モデルの多重線形計画問題の解を求めると，最終単位期間末においては，必ず在庫制約通りの最小在庫数量となる．

したがって，対象としている予算期間以後に大量に販売可能である場合には，予算期間末の在庫制約を大きく設定することにより，対応することができる．

また，複数予算期間を通じて，利益の最大化を図るためには，必要に応じて当該予算期間を越える多重単位期間について，本モデルを適用することも可能である．

表4-8 予算期間末の見積貸借対照表（単位：円）

現預金	8,496,778	買掛債務	1,960,000
売掛債権	6,125,000	資本金	10,790,000
棚卸資産	269,500	当期純利益	8,930,078
固定資産	6,788,800		

表4-9 予算期間末の見積損益計算書（単位：円）

売上高	26,198,684
変動費	8,468,606
貢献利益	17,730,078
固定費	8,800,000
当期純利益	8,930,078

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

各単位期間ごとに最適製品ミックスを決定した結果を単純に合計することによっては達成することが不可能であり，予算期間の貢献利益総額を最大にするためには，各単位期間について生産数量および販売数量とそれらの累計額を考慮しつつ，多重単位期間について同時に最適製品ミックス決定をする必要がある．財貨および用役の購入価格と，製品の販売価格が時の経過に応じて変化する本数値モデルにおいて，各単位期間についてそれぞれ独立に最適製品ミックスの解を求め，これらを単純に合計して，予算期間の貢献利益総額を得るために，単一の線形計画法問題として解くと，貢献利益総額は，15,634,100円であり，本研究で提案する短期多重単位期間最適製品ミックス同時決定モデルを多重線形計画法問題として最適解を求めると17,730,078円となる．

本研究で構築したモデルは，多数のシナリオで構成されたいわゆる多重線形計画モデルであり，製品数，および，1予算期間を構成する単位期間の数が大きくなれば，そのシナリオ数は，膨大なものとなり，実際に，その計算時間は計り知れない．そこで，シナリオの数を減らすための検討が必要であるが，これについては付録において述べることにする．

5. おわりに

以上，本研究では，年次予算において，使用する財貨および用役の購入価格，生産可能数量，製品の販売価格，販売可能数量等が変化する状況の下で，単位期間末における在庫水準を考慮し，財政状態をも直接的に扱うことが可能である，多重単位期間の最適製品ミックスの同時決定モデルをシナリオ方式に基づいて構築した．また，それを包括する企業予算モデルを行列会計方式に基づいて構成し，数値例にそのモデルを適用することにより，その特性を明らかにしてきた．

本研究では特に，多重単位期間の最適製品ミックスについて同時に決定する方法を提案することに焦点を合わせてきたので，各単位期間末の在庫高を含む財政状態を直接扱うことを可能とする，行列会計方式に基づく予算モデルによる方法の展開を試みてきた．

予算モデルに多重単位期間最適製品ミックス同時決定モデルを組み込むことにより，年次予算を編成するにあたり，その補助的な手段として，予算期間における各単位期間を対象とする予算，ならびに予算期間の期首から各単位期間末までの累積予算等の有用な情報を提供する方式を明らかにしてきた．

本研究では，製品単位あたりの変動費は外生変数として扱ってきたが，原価計算システムを導入することにより，それを内生変数とする，より包括的なモデルへと拡張することができる．

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

付　録

シナリオは，各単位期間ごとに分岐するが，最終単位期間は，その分岐を考慮しなくても，最適値を求めることが可能であることを以下で示す．

表A. 製品kの各単位期間の生産・販売数量

	1期販売	2期販売	3期販売		T-1期販売	T期販売	合　計
初期在庫	$Q_{SK}^{1,0}$	$Q_{SK}^{2,0}$	$Q_{SK}^{3,0}$		$Q_{SK}^{T-1,0}$	$Q_{SK}^{T,0}$	Q_{BK}^{1}
1期生産	$Q_{SK}^{1,1}$	$Q_{SK}^{2,1}$	$Q_{SK}^{3,1}$		$Q_{SK}^{T-1,1}$	$Q_{SK}^{T,1}$	Q_{PK}^{1}
2期生産	——	$Q_{SK}^{2,2}$	$Q_{SK}^{3,2}$		$Q_{SK}^{T-1,2}$	$Q_{SK}^{T,2}$	Q_{PK}^{1}
3期生産	——	——	$Q_{SK}^{3,3}$		$Q_{SK}^{T-1,3}$	$Q_{SK}^{T,3}$	Q_{PK}^{1}
t-1期生産	——	——	——		$Q_{SK}^{T-1,T-1}$	$Q_{SK}^{T,T-1}$	Q_{PK}^{T-1}
t期生産	——	——	——		——	$Q_{SK}^{T,T}$	Q_{PK}^{T-1}
合　計	Q_{SK}^{1}	Q_{SK}^{2}	Q_{SK}^{3}		Q_{SK}^{T-1}	Q_{SK}^{T}	

上記の表Aの各要素は，貢献利益の異なるロットの数量を表しており，第t'単位期間に生産され，第t単位期間に販売される製品kの数量$Q_{Sk}^{t,t'}$とする．

先入先出法のもとでは，製品の生産数量および販売数量が時間の流れと同調しており，その意味で扱いは容易である．先入先出法は，1番古く生産された製品ロットから販売され，無くなれば次に古いロットを販売するという操作を繰返す方法であり，これを表Aで見れば，基本的に右方向に進み，行和が，製品ロットの生産数量に達すれば，次の製品ロットを販売するため，同じ列の下の行にシフトし，後は，同じようにその行和が製品ロットの数量に達するまで，右方向に進むことになる．つまり，先入先出法によるならば，上記の表の左端を始点とし，右方向と下方向にしか進めないシナリオの作成となる．また，表Aにおいて意思決定と関係のない要素は，0とすることで，先入先出法の制約とする．

このとき，予算期間における最終単位期間の1つ前の単位期間まで同じルートをたどり，最終単位期間での分岐で違うシナリオとなるものがいくつかあるが，必ず最終単位期間は，T単位期間に生産し，T単位期間に販売するロットまでを含むシナリオの目的関数の値が最も大きくなる．つまり，最終単位期間の分岐は考慮する必要がないといえる．これを以下で説明する．

本モデルにおける各製品，各単位期間における，貢献利益の異なるロット数量を，列に製品種類ごとに並べ，行に期間ごとに並べ行列としたものを$\boldsymbol{Q}_S$とする．このうち，製品kに関してとりだした行列を$\boldsymbol{Q}_{Sk}$とし，さらに，本モデルにおける製品kのすべてのシナリオを考慮し，最適となる解を行列$\boldsymbol{Q}_{Sk}^{**}$で表す．なお，行列$\boldsymbol{Q}_{Sk}^{*0}$は，最終単位期間には初期在庫のみを販売し，他の期に生産された製品ロットを販売しないシナリオの最適値の行列である．行列$\boldsymbol{Q}_{Sk}^{*\tau}$は，最終単位期間において，第$\tau$期生産分までを販売するシナリオの最適値の行列である．また，$Q_{Sk}^{*t,t'}$は，本モデルにおける各シナリオごとに最適化された第t'単位期間に生産され，第t単位期間に販売される製品kの数量を表している．

以上で述べたことは，次のように式で表すことができる．

$$\boldsymbol{Q}_S=\begin{pmatrix} Q_{S1}^{1,0}\cdots Q_{Sk}^{1,0} \\ \vdots \quad\quad \vdots \\ Q_{S1}^{T,T}\cdots Q_{Sk}^{T,T} \end{pmatrix},\qquad \boldsymbol{Q}_{Sk}=\begin{pmatrix} Q_{Sk}^{1,0} \\ \vdots \\ Q_{Sk}^{T,T} \end{pmatrix},\qquad \boldsymbol{Q}_{Sk}^{*0}=\begin{pmatrix} Q_{Sk}^{*1,0} \\ \vdots \\ Q_{Sk}^{*T,0} \\ Q_{Sk}^{T,1}=0 \\ \vdots \\ Q_{Sk}^{T,T}=0 \end{pmatrix},\qquad \boldsymbol{Q}_{Sk}^{**}=\begin{pmatrix} Q_{Sk}^{*1,0} \\ \vdots \\ Q_{Sk}^{*T,0} \\ \vdots \\ Q_{Sk}^{T,T} \end{pmatrix}$$

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

$$\text{MAX}\quad \Pi(\mathbf{Q}_{S1}, \mathbf{Q}_{S2}, \cdots, \mathbf{Q}_{Sk}) = \Pi(\mathbf{Q}^{**}_{S1}, \mathbf{Q}^{**}_{S2}, \cdots, \mathbf{Q}^{**}_{Sk}) \geq \Pi(\mathbf{Q}^{*T-1}_{S1}, \mathbf{Q}^{**}_{S2}, \cdots, \mathbf{Q}^{**}_{Sk}) \geq \cdots \geq \Pi(\mathbf{Q}^{*1}_{S1}, \mathbf{Q}^{**}_{S2}, \cdots, \mathbf{Q}^{**}_{Sk}) \geq \Pi(\mathbf{Q}^{*0}_{S1}, \mathbf{Q}^{**}_{S2}, \cdots, \mathbf{Q}^{**}_{Sk}) \tag{A-1}$$

ただし，$$\Pi(\mathbf{Q}_S) = \sum_k \sum_t \sum_{t'} (p^t_k - v^{t'}_k) Q^{t,t'}_{Sk} \tag{A-2}$$

$$p^t_k - v^{t'}_k \geq 0 \tag{A-3}$$

$$Q^{t,t'}_{Sk} \geq 0 \tag{A-4}$$

$$0 \leq t' \leq t \leq T \tag{A-5}$$

以上の式（A-1）は，本モデルにおける目的関数とそれにその解を入れたときの目的関数の値の大小を表している．すべての製品において最適解となれば，モデルにおける最適解となる．しかし，製品1のみが，「最終単位期間の第T単位期間において，第T-1単位期間の生産分までを販売するシナリオ」，すなわち，「第T単位期間における生産分は販売しないというシナリオ」よりも，第T単位期間にその期の生産分も販売することで，目的関数の値は大きくなるはずである．すなわち，第T-1単位期間の生産分までしか販売しないシナリオは，本研究のモデルに，$Q^{T,T}_{Sk}=0$とする等号制約を加えることであり，より多くの制約があれば，目的関数の値が小さくなる．また，式（A-3），（A-4）で示されるように目的関数の係数，変数が各々正であれば，Q^{*0}_{Sk}よりもQ^{**}_{Sk}は，いつも目的関数の値が大きくなるのが当然であるため，最終単位期間はシナリオの分岐を考えず，第T-1単位期間で販売した製品ロットの残りから，最終単位期間に生産されたロットまでを売るという1つのシナリオだけを考えれば十分である．しかし，これらが成り立つためには，式（A-3），（A-4）が全てのkおよび式（A-5）を満たすようなtとt'において成立しなければならない．式（A-4）は，第t'単位期間に生産され，第t単位期間に販売される製品kの数量が，0以上であるという非負条件であるため，常に成立する．式（A-3）は，製品kの販売価格がその製品の単位あたり変動費を上まわる価格として設定されることを示しており，予定の段階では，一般にこの状況を満たさないことはおこりえないであろう．ただし，式（A-3）が成立しないときは，式（A-1）も成立しない．しかし，変動費を回収できない販売価格を設定したロットは，販売する必要がなく，$Q^{t,t'}_{Sk}=0$となるので，ロットの一部で式（A-3）が成立しなくても，本付録に示されている方法を用いることはできる．

従って，1予算期間がT単位期間で構成されているならば，本モデルのシナリオの数は，改良前のT-1期分のシナリオの数で構成しなおすことができる．これにより，シナリオ数を大幅に減らすことができ，計算時間を短縮することができる．

謝　辞

本論文の作成にあたり，東京理科大学経営学部の片岡洋一教授には，絶え間ない研究指導をして頂き，厚く御礼を申し上げます．また，同大学同学部の高橋悟助教授には，本論文の作成にあたり，特に貴重な助言を頂き，さらに，相京溥士教授，横山和夫教授，原田昇教授，井岡大度講師，山下裕企講師には，日頃より多くのご教授を頂きました．心より感謝申し上げます．

最後に，お2人の匿名のレフェリーにより，この論文が大幅に改善できましたことにつき，感謝の意を表します．

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

参考文献

[1] 阿保栄司，石塚博司，前田幸雄：『現代の企業予算』，中央経済社，1973年

[2] Dorfman, R., P.A. Samuelson and R. M. Solow : *Linear Programming and Economic Analysis*, McGraw-Hill, 1958

[3] 古川浩一,福川忠昭：『経営計算』，朝倉書店，1992年

[4] 伏見多美雄，中山泉：「多目標原理による財務会計モデル」，企業会計，Vol. 23，No.10，1971年，pp. 86-2-89

[5] 伏見多美雄：「目標ベクトル法による多目標財務計画モデル」，慶應ビジネス・フォーラム，No. 21，1977年，pp. 1-37

[6] 伏見多美雄，福川忠昭，山口俊和：『経営の多目標計画』，森北出版，1987年

[7] 浜田和樹：『管理会計技法の展開』，中央経済社，1998年

[8] Gee, K. P. : *Advanced Management Accounting Problems* , Macmillian, 1986

[9] 井尻雄二：『計数管理の基礎』，岩波書店，1970年

[10] 片岡洋一：『製品原価の測定理論』，白桃書房，1978年

[11] 今野浩，山下浩：『非線形計画法』，日科技連，1978年

[12] 越村信三郎：『詳解行列簿記』，第三出版，1968年

[13] Liebman, J. L.Lasdon, L. Schrage, A. Waren : *Modeling and Optimization with GINO*, The Scientific Press, 1986

[14] Magee, R. P. : *Advanced Manegerial Accounting*, Harper and Row, 1986

[15] 門田安弘：「予算編成過程と目標計画法」,オペレーションズ・リサーチ,Vol. 25, No.1, pp. 29-34, 1980年

[16] 門田安弘：『DSS会計の理論と実践』,第三出版，1987年

[17] Moriarity, S. and C.P. Allen : *Cost Accounting*, John Wiley & Sons, 1987

[18] 尾高敏樹，西順一郎：『マトリックス会計入門』，税務経理協会，1990年

[19] 佐藤精一：『線形計画法による予算管理モデル』，同文舘，1979年

[20] Simonnard, M. : *Linear Programming*, Prentice Hall, 1966

[21] Williams, H. P.: *Model Building in Mathematical Programming*, John Wiley & Sons, 1978

[22] 吉川武男：『責任会計による予算管理モデルの研究』,多賀出版，1983年

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

The Journal of Management Accounting, Japan
Vol. 7, No. 1·2 1999

Short-term Budgeting with Multi-period Optimum Product-mix Decision in Consideration of the Inventory

Akinori Goto*

Abstract

Budgeting is comprehensive period planning, which integrates various planning such as ; production, sales, finance, personnel, research and development. In enterprise, sales quantity, sales price, and the purchase price of materials are estimated on monthly or quarterly basis. When a multi-period product-mix decision is handled, all sales quantities and production quantities in a period of time must be simultaneously decided and an inventory must be taken into consideration. However papers about product-mix, rarely deal with these problems.

Thus the purpose of this paper is to construct a model for proposing how to decide the optimal product-mix, which includes simultaneous budgeting of prodution quantities, sales quantities, ending inventory quantities, in all periods of time together with the fluctuation of purchase price, sales price, and production materials.

This paper deals with ending inventories under the assumption that these quantities are not equal to inventory quantities calculated at the beginning of a period. Costs of completed goods are determined by the FIFO method in this paper, so any lots which vary in production time are included in the same sales quantities. This condition cannot be grasped unless both sales and production quantities for all periods of time are determined.

Thus in this model all possible patterns are considered, and this is called "scenario" Each "scenario" searches for the biggest value and the biggest one among all of them is then used as the final goal in this model. As a result of using this model, production, sales and ending inventory quantities in all periods of time can be decided. In turn production, sales and ending inventory quantities will affect account receivable, payable and inventory assets and other accounts. If a matrix accounting system is introduced into the above model, balance sheets and income statements can be estimated.

Key words

Budgeting, Product-mix, short-term multi-period model, scenario method, estimated balance sheet, estimated income statement

Submitted October 1998.
Accepted August 1999.
* Graduate school of engineering, Science University of Tokyo

NII-Electronic Library Service