The Japanese Association of Management Accounting

日本管理会計学会誌
管理会計学 第2巻第2号
1993年秋季号

研究ノート

多目標単純リコース確率計画 ALMモデルの数値実験による考察

枇々木 規雄*
福川 忠昭†

＜研究要旨＞

本研究ノートでは，銀行のリスク管理手法であるALM（資産負債管理）の考え方を利用し，不確実性を考慮した多目標単純リコース確率計画ALMモデルに対し，数値実験による考察を行う．数値実験では，従来の確定モデルとの比較や確率パラメータが持つ確率分布の形状による影響など，確率的にモデルを取り扱う際の特徴を考察するために，(1) 金利変動リスクと利益に対する目標値が異なるケースの比較，(2) 線形近似解法の方法が異なるケースの比較，(3) 確率分布の形状が異なるケースの比較，の3つの分析を行う．この数値実験で取り扱った商品や制約の数などはモデルの特徴を分かりやすく明らかにするために，実際の銀行に比べてはるかに小さいものであるが，これらの数値実験による考察を通じて，実用上も十分に役立つモデルの有用性を明らかにしていく．

＜キーワード＞

資産負債管理，銀行経営，リスク管理，目標計画法，単純リコース確率計画法，トレードオフ

1993年8月 受付
*慶應義塾大学助手（理工学部管理工学科）
†慶應義塾大学教授（理工学部管理工学科）

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

1. はじめに

1990年代に入り，厳しい経営環境にある日本の銀行のリスク管理（資産負債管理：ALM）を行うために枇々木・福川［9］は不確実性を考慮した多目標単純リコース確率計画ALM モデルを提案した．提案されたモデルの特徴はモデルの定式化からもある程度推量することはできる．しかし，モデルの特徴をより明らかにするために具体的な例（仮想の銀行）を用いた数値実験を行い，結果を分析・検討することが有用である．また，従来のモデルとの比較やこのモデルが実際にALMを行うために有効に機能するかどうかを検討することも重要である．そこで，実際の銀行でモデルを運用するために（このモデルはプロトタイプなので実際の銀行で用いる場合には個々に修正が必要であるが）役立たせることができるよう，本研究ノートではこのモデルに対する数値実験を試みる．

数値実験は，次の3点に焦点を合わせて行う．

(1) 従来モデル（確定モデル）との比較

枇々木・福川のALMモデルの基本的な特徴は利益とリスク（特に金利変動リスク）のトレードオフの関係をうまく表現できるリスク管理のためのモデル化の実現というところにある．このことが流動性リスク，自己資本比率制約などに不確実性を考慮してもうまく機能するかを確かめる．さらにどの程度影響を受けるか，そして確率計画モデルとしてどのような点で有益であるかも検討し，考察する．このことを3節の分析1で行う．

(2) 最適方策の計算可能性への検討

確率計画モデルは確率変数が連続分布に従う場合，モデルで与えられる問題の目的関数が非線形関数となるため，非線形計画法によって解く必要がある．従って，問題の規模が大きくなると一般に問題を解くのに非常に計算時間がかかる．そのため，大きな規模の問題も実用的な時間で解くために線形問題に近似することが考えられる．そこで，非線形関数を線形関数に折線近似することによる最適解への影響を調べる．線形近似の精度が十分高いのであれば計算可能性の制約を緩和することができるし，実務への適用性を広げることができよう．このことを4節の分析2で行う．

(3) 確率分布を変化させたときの影響

モデルの分析を行う場合，通常パラメータを変化させてその影響を調べる．ここでは確率変数（パラメータ）に対して想定する確率分布が異なる場合，最適方策にどのように影

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

響が出るかを調べることにする．というのも実用上は確率分布を正確に想定することは難しいからである．そこで確率分布が少しくらい異なるだけでは方策もあまり変わらないというのであれば，あまり厳密に確率分布を想定する必要はなく実用的にも使うことができるであろう．そして，確率分布が異なる場合の最適方策の違いも調べ，その特徴を探る．このことを5節の分析3で行う．

これらの数値実験から得られる結果の分析及び検討によって，多目標単純リコース確率計画ALMモデルの有用性を考察する．

2. 数値実験によるモデルの分析

数値実験によって多目標単純リコース確率計画ALMモデルの分析を行う．モデルの分析は次の3つの仮定の下で行う．

(1) 銀行は都市銀行を想定し，それに応じた取引内容を示すデータを利用する．取り扱う通貨は円のみとし，その勘定科目は主な取引に限定する．その科目数は資産が4科目，負債が6科目とする．具体的な科目名は，表5を参照されたい．

(2) 管理する期間は，2計画期間（現在，3カ月後），2基準期間（3カ月以内，6カ月以内）とする．

(3) 金利体系は，公定歩合，市場金利，長期金利の3種類とする．

問題のサイズ（変数及び制約式の数）は確率分布に依存するが，すべての確率変数が離散型の5点分布に従うとした場合では，2計画期間，2基準期間で，戦略的リスク管理を考えなければ制約式148本，変数190個である．計算機として，サン・マイクロシステムズ社のSPARC station ELC (20.1SPEC mark, 21 MIPS, 3 Mflops)を用いて，C 言語を利用したプログラムによって問題を解くのに要する計算時間は約8秒である．

数値実験の3つの分析は，分析1として金利変動リスクと利益に対する目標値が異なるケースの比較を，分析2として線形近似解法の方法が異なるケースの比較を，そして分析3として確率分布の形状が異なるケースの比較を行う．ただし，分析1では確定的なモデル，基準化モデル，利益換算モデルの3つのモデルについて比較，検討するが，分析2及び分析3では基準化モデルについてのみ数値実験を行う．

3. 分析1：金利変動リスクと利益に対する目標値が異なるケースの比較

金利変動リスクと利益に対する目標値が異なるケースの比較を，従来の確定的な多目標計画モデル（確定モデル），目的関数をリコースの基準化・絶対順位付けの方法で設定する

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

多目標単純リコースモデル（基準化モデル），そしてペナルティコストを利益換算して目的関数を設定するモデル（利益換算モデル）の3つのモデルに適用し，各々のモデルにおけるケース間の比較及びケース毎のモデル間の比較を行う．

ただし，基準化モデル及び利益換算モデルで取り扱う確率変数はすべて離散型の3点分布に従うものとし，それらは次の通りとする．

A. 流動性リスク確率制約式

デフォルトで入ってこない，または突然出ていく資金額が，

・50である確率が30%，100である確率が40%，150である確率が30%とする．

B. 自己資本比率確率制約式

株式の含み益（の45%）が，

・30.0になる確率が30%，67.5になる確率が50%，80.0になる確率が20%とする．

C. 市場制約条件確率制約式

調達・運用が可能な上限値が，

・20になる確率が30%，30になる確率が40%，40になる確率が30%とする．

また，基準化モデルではすべてのケースにおいてペナルティコストに関するウェイトは同じものとする．そして，利益換算モデルではペナルティコストを2%，6%，18%と徐々に大きくして分析を試みる．例えば市場制約条件確率制約式の場合，決定変数が20までの場合には0%，20から30までの場合には2%，30から40までは6%，40以上の場合には18%のペナルティコストをかける．他の確率制約式の場合も同様である．

(1) 目標値及び制約値の設定

金利変動リスクや利益に対する目標値が異なる5ケース(3つのモデルで計15ケース）について目標値及び制約値を表1のように設定する．なお，目標の場合のかっこ内は必要レベルの値を表す．また，‘――’は左と同じことを表す（すなわち，流動性リスク，自己資本比率，預金準備率の制約値はすべて同じであることを表す).

(2) 結果

以上の条件の下で，各モデル及び各ケースについて問題を解いた結果，得られた各指標の達成値と解く前の現状の値を表2から表4に，そして各モデルで解いたケースの一部について結果の決定変数の値をまとめて表5に示す．

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

表1　比較した各ケースでの目標値及び制約値

指　標		確定モデル	ケース11D	ケース12D	ケース13D	ケース14D	ケース15D
		基準化モデル	ケース11N	ケース12N	ケース13N	ケース14N	ケース15N
		利益換算モデル	ケース11P	ケース12P	ケース13P	ケース14P	ケース15P
現在	利益		70.000	75.000	80.000	85.000	90.000
			(50.000)	(55.000)	(60.000)	(65.000)	(70.000)
	3ヵ月以内の金利変動リスク		350.00	450.00	550.00	650.00	750.00
			(550.00)	(650.00)	(750.00)	(850.00)	(950.00)
	6ヵ月以内の金利変動リスク		550.00	650.00	750.00	850.00	950.00
			(750.00)	(850.00)	(950.00)	(1050.00)	(1150.00)
	3ヵ月以内の流動性リスク		-0.300	———	———	———	———
	自己資本比率		8.000%	———	———	———	———
	自己資本比率（基本項目）		4.000%	———	———	———	———
	預金準備率		6.000%	———	———	———	———
3ヵ月後	利益		70.000	75.000	80.000	85.000	90.000
			(50.000)	(55.000)	(60.000)	(65.000)	(70.000)
	3ヵ月以内の金利変動リスク		400.00	500.00	600.00	700.00	800.00
			(600.00)	(700.00)	(800.00)	(900.00)	(1000.00)
	6ヵ月以内の金利変動リスク		500.00	600.00	700.00	800.00	900.00
			(700.00)	(800.00)	(900.00)	(1000.00)	(1100.00)
	3ヵ月以内の流動性リスク		-0.300	———	———	———	———
	自己資本比率		8.000%	———	———	———	———
	自己資本比率（基本項目）		4.000%	———	———	———	———
	預金準備率		6.000%	———	———	———	———

表2　比較した各ケースでの各指標値（確定モデル）

指　標		現状値	ケース11D	ケース12D	ケース13D	ケース14D	ケース15D
現在	利益	71.635	75.564	75.564	75.564	75.704	77.206
	3ヵ月以内の金利変動リスク	711.00	681.00	681.00	681.00	681.00	708.00
	6ヵ月以内の金利変動リスク	905.00	845.00	845.00	845.00	850.00	899.00
	3ヵ月以内の流動性リスク	-0.520	-0.433	-0.433	-0.433	-0.434	-0.435
	自己資本比率	8.278%	8.050%	8.050%	8.050%	8.038%	8.014%
	自己資本比率（基本項目）	4.332%	4.213%	4.213%	4.213%	4.207%	4.194%
	預金準備率	7.324%	6.000%	6.000%	6.000%	6.000%	6.000%
3ヵ月後	利益	71.635	76.722	76.722	78.337	79.953	81.590
	3ヵ月以内の金利変動リスク	754.00	634.00	634.00	634.00	699.00	748.00
	6ヵ月以内の金利変動リスク	873.00	666.00	666.00	700.00	800.00	891.39
	3ヵ月以内の流動性リスク	-0.538	-0.433	-0.433	-0.438	-0.448	-0.449
	自己資本比率	8.555%	8.326%	8.326%	8.238%	8.065%	8.046%
	自己資本比率（基本項目）	4.609%	4.493%	4.493%	4.445%	4.352%	4.345%
	預金準備率	7.576%	6.000%	6.000%	6.000%	6.000%	6.000%

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

表3 比較した各ケースでの各指標値（基準化モデル）

指 標		現状値	ケース11N	ケース12N	ケース13N	ケース14N	ケース15N
現在	利益	71.635	75.564	75.564	75.564	75.704	77.206
	3ヵ月以内の金利変動リスク	711.00	681.00	681.00	681.00	681.00	708.00
	6ヵ月以内の金利変動リスク	905.00	845.00	845.00	845.00	850.00	899.00
	3ヵ月以内の流動性リスク	−0.520	−0.433	−0.433	−0.433	−0.434	−0.435
	自己資本比率	8.278%	8.050%	8.050%	8.050%	8.038%	8.014%
	自己資本比率（基本項目）	4.332%	4.213%	4.213%	4.213%	4.207%	4.194%
	預金準備率	7.324%	6.000%	6.000%	6.000%	6.000%	6.000%
3ヵ月後	利益	71.635	74.457	75.000	76.440	77.145	79.032
	3ヵ月以内の金利変動リスク	754.00	644.00	644.00	644.00	700.000	778.00
	6ヵ月以内の金利変動リスク	873.00	686.00	686.00	700.00	794.31	865.00
	3ヵ月以内の流動性リスク	−0.538	−0.424	−0.426	−0.431	−0.427	−0.432
	自己資本比率	8.555%	8.503%	8.455%	8.351%	8.418%	8.327%
	自己資本比率（基本項目）	4.609%	4.588%	4.588%	4.506%	4.543%	4.496%
	預金準備率	7.576%	6.000%	6.000%	6.000%	6.000%	6.000%

表4 比較した各ケースでの各指標値（利益換算モデル）

指 標		現状値	ケース11P	ケース12P	ケース13P	ケース14P	ケース15P
現在	ペナルティ換算済み利益	71.635	75.564	75.564	75.564	75.704	77.206
	・利益		75.564	75.564	75.564	75.704	77.206
	・ペナルティコスト		0	0	0	0	0
	3ヵ月以内の金利変動リスク	711.00	681.00	681.00	681.00	681.00	708.00
	6ヵ月以内の金利変動リスク	905.00	845.00	845.00	845.00	850.00	899.00
	3ヵ月以内の流動性リスク	-0.520	-0.433	-0.433	-0.433	-0.434	-0.435
	自己資本比率	8.278%	8.050%	8.050%	8.050%	8.038%	8.014%
	自己資本比率（基本項目）	4.332%	4.213%	4.213%	4.213%	4.207%	4.194%
	預金準備率	7.324%	6.000%	6.000%	6.000%	6.000%	6.000%
3ヵ月後	利益	71.635	70.000	75.000	77.732	79.312	80.892
	・利益	0	76.434	76.957	79.117	79.943	81.528
	・ペナルティコスト	0	6.434	1.957	1.385	0.632	0.635
	3ヵ月以内の金利変動リスク	754.00	597.81	622.70	624.00	689.00	738.00
	6ヵ月以内の金利変動リスク	873.00	619.81	644.70	700.00	800.00	874.00
	3ヵ月以内の流動性リスク	−0.538	-0.434	-0.434	-0.440	-0.448	-0.449
	自己資本比率	8.555%	8.324%	8.312%	8.196%	8.065%	8.046%
	自己資本比率（基本項目）	4.609%	4.492%	4.485%	4.423%	4.352%	4.345%
	預金準備率	7.576%	6.000%	6.000%	6.000%	6.000%	6.000%

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

表5　比較した各ケースでの決定変数の値

決定変数		リスク重視型			利益重視型		
		確定	基準化	利益換算	確定	基準化	利益換算
		ケース11D	ケース11N	ケース11P	ケース15D	ケース15N	ケース15P
現在	短期貸付金［3ヵ月］	30.00	30.00	30.00	30.00	30.00	30.00
	短期貸付金［6ヵ月］	30.00	30.00	30.00	30.00	30.00	30.00
	短期貸付金［1年］	13.40	13.40	13.40	30.00	30.00	30.00
	長期貸付金［5年］	30.00	30.00	30.00	30.00	30.00	30.00
	流動性預金	0.00	0.00	0.00	30.00	30.00	30.00
	定期預金［6ヵ月］	0.00	0.00	0.00	30.00	30.00	30.00
	定期預金［1年］	30.00	30.00	30.00	17.66	17.66	17.66
	MMC［3ヵ月］	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	MMC［6ヵ月］	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	MMC［1年］	30.00	30.00	30.00	0.00	0.00	0.00
3ヵ月後	短期貸付金［3ヵ月］	30.00	20.00	66.17	30.00	-60.00	30.00
	短期貸付金［6ヵ月］	30.00	20.00	40.00	30.00	20.00	30.00
	短期貸付金［1年］	-43.40	-43.40	-43.40	30.00	1.45	30.00
	長期貸付金［5年］	-7.16	-60.00	-43.94	30.00	20.00	30.00
	流動性預金	30.00	20.00	40.00	30.00	20.00	30.00
	定期預金［6ヵ月］	-30.00	-30.00	-30.00	30.00	20.00	30.00
	定期預金［1年］	30.00	20.00	30.00	30.00	20.00	30.00
	MMC［3ヵ月］	-30.00	-30.00	-30.00	30.00	-30.00	20.00
	MMC［6ヵ月］	-30.00	-30.00	-30.00	27.39	-30.00	20.00
	MMC［1年］	30.00	-27.50	30.00	-30.00	-30.00	-12.61

(3) 考察

まず表2は従来の確定的な多期間モデル［5］の結果である．問題の規模（取り扱う科目数）が異なるために参考文献［6］で示した数値実験と全く同じものではないが，利益と金利変動リスクのトレードオフの関係をうまく表すことができている．また表3の基準化モデル，表4の利益換算モデルを見ると，表2と同様にケース11N(11P)からケース15N(15P)にいくにつれて，利益が大きくなる一方で金利変動リスクも大きくなっている．確率制約式を含んでもこれらのモデルによって利益と金利変動リスクのトレードオフの関係をうまく表現することができていることが分かった．

次に，確率モデル（基準化モデル，利益換算モデル）の各々について，確定モデルとの比較も含めて考察する．

表3の基準化モデルを見ると，現在における指標値は確定モデルと同じ結果になっている．これは，現在における制約式は流動性リスク制約式を除いては確定的に取り扱ってお

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

り，しかもその流動性リスク確率制約式もあまり制約として効いていないため，その影響をほとんど受けていないからである．一方，3カ月後では確率制約式である自己資本比率の影響を受けて利益が確定モデルに比べて低くなっている．その分，自己資本比率は高く保たれている．現在における自己資本比率制約式は確定制約式であるために，現在の利益は確定モデルと変わらないが，3カ月後の自己資本比率制約が3カ月後の利益に影響を与えている．また，金利変動リスクの値は確定モデルとあまり変わらない結果になっている．この数値例の状況では，自己資本比率制約式が金利変動リスクよりも利益の方に影響を及ぼしやすいことを示している．預金準備率は確定モデルと同様に制約として効いているために，制約値と同じ値になっている．

表4の利益換算モデルを見ると，基準化モデルと同様に現在における指標値は確定モデルと同じ結果になっている．3カ月後における結果を見ると，ケース11P からケース15Pにいくにつれて，確定モデルのケースに結果が近づいていく．市場制約条件が固い制約式ではなく，確率制約式としているため，制約上限を越えてもペナルティコストを負うことで目的関数の値を小さくすることができる（結果として利益はペナルティコストを負う分低くなるが，それによって金利変動リスクを減らすことができる）ため，ケース11P では確定モデルに比べて利益は大きく減り，金利変動リスクも小さくなっている．このケースでは利益に対する目標値が小さく，金利変動リスクに対する目標値も小さいためにこのような結果になったものである．一方，ケース15Pでは利益に対する目標値が高いため，確率制約式の制約を破ってペナルティコストを負うと利益目標を達成することができなくなり，確定モデルと似た解になっている．その他の指標を見ると，まず自己資本比率の値は基準化モデルでは高くなったが，利益換算モデルではあまり確定モデルと変わらない結果になっている．そして，預金準備率については確定モデル，基準化モデルと同様に制約として効いているために制約値と同じ値になっている．

次に，表5の最適解として得られた決定変数の値を比較する．すでに述べたように，現在における制約式は確定制約式が中心であるため，3つのモデルの決定変数の値はリスク重視型のケース，利益重視型のケースともに変わりは見られなかった．3カ月後における決定変数の値を見ると，3モデルともすべて同じになった科目は，リスク重視型では10科目中4科目，利益重視型では同じものはなかった．しかし，確定モデルと利益換算モデルは似た結果になっている．リスク重視型では6科目，利益重視型では7科目同じ結果であり，符号に関してはすべての科目で一致している．一方，基準化モデルを見ると，リスク重視型（ケース11N）の1年物MMC の最適解が確定モデルとは反対の符号になっている．すなわち，確定モデルでは1年物MMC を増やすことが最適解であるのに対し，基準化モ

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

デルでは減らすことが最適解となっている．また，利益重視型（ケース15N)では3科目が反対の符号となっている．利益換算モデルは確定モデルと比べると，ペナルティコストを利益から引く分だけ利益の値が低くなっているが，このことを除けば同じ構造のモデルなので，この分析においては基準化モデルよりも似た結果になったものと考えられる．この分析に用いられた数値例は一例に過ぎないが，銀行の構造が大きく変化しない限り，同様の考察結果を導くことが期待できる．以上のことから，自己資本比率の計算に用いられる株式の含み益や市場条件（調達や運用の上限制約）などに対して将来の不確実性を考慮した方策を導くことができるので，それらを確定的に扱って導かれる方策よりも，より現実的な方策を見い出せるものと考える．

4. 分析2：線形近似解法の方法が異なるケースの比較

基準化モデルにおける確率制約式は(1)式で示すことができるので，確率分布が有限で，しかも本モデルの確率制約式のような場合，目的関数のペナルティ分$Q_i(h_i(\boldsymbol{x}))$は(2)式のように示される（[9] 3.5節）．ただし，y_i^+, y_i^-はリコース変数，(1)式におけるγ_iはリコースの基準化パラメータ，$\tilde{b}_i$は確率変数，そして(2)式におけるq_iはペナルティコスト係数を表す．

$$h_i(\boldsymbol{x}) + \gamma_i \cdot (y_i^+ - y_i^-) = \tilde{b}_i \tag{1}$$

$$\begin{aligned} Q_i(h_i(\boldsymbol{x})) &= q_i \cdot y_i^- = q_i \cdot \left\{ h_i(\boldsymbol{x}) F_i(h_i(\boldsymbol{x})) - \int_{-\infty}^{h_i(\boldsymbol{x})} \tilde{b}_i \, dF_i(\tilde{b}_i) \right\} \\ &= q_i \cdot \left(\int_{r_{i,k}}^{h_i(\boldsymbol{x})} F_i(\tilde{b}_i) \, d\tilde{b}_i \right) \end{aligned} \tag{2}$$

分析2はこの基準化モデルを用いるが，確率変数に連続分布を想定すると(2)式で示す目的関数のペナルティ分は非線形関数になり，線形に比べて，問題を解くのに計算時間がかかる（以降，この節では煩雑さを避けるために，モデル全体の目的関数のペナルティ部分，または(2)式をペナルティ関数と記す）．しかし，実用上は分布を正確に同定することが難しいので，想定する確率分布の形状に応じていくつかの代表的な離散的状況を設定することが考えられる．そこで，この数値実験では，まず確率分布として簡単な連続分布である三角分布の場合を取り扱う．そしてそのペナルティ関数（3次関数）を線形近似することによって問題を解くことを考える．線形区分の数を増やし，線形近似の精度を良くすれば，三角分布の結果に近づくはずである．このことは代表させる離散的状況の数を増すこと，

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

つまり離散的な確率分布を想定することに対応している．そのため，線形計画問題になり，問題を解くことが容易になる．ここでは，三角分布のペナルティ関数に対する線形区分の数（代表的な離散的状況の数）が異なるケースの比較を基準化モデルを用いて行うことにする．

(1) 非線形なペナルティ関数に対する線形近似による解法

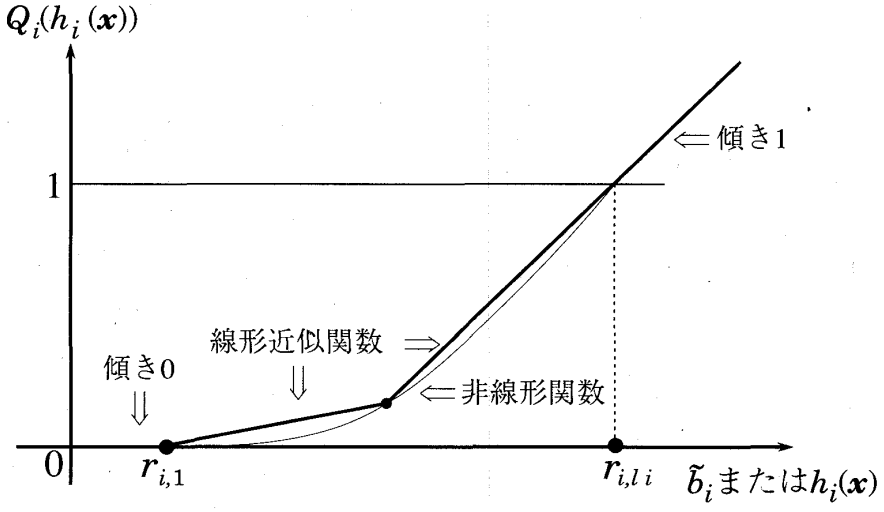

図1　非線形なペナルティ関数に対する線形近似値

確率分布が有限で，本モデルのような場合，確率分布が三角分布に限らずペナルティ関数は図1のような形になる．線形近似の方法は様々考えられるが，ここでは区分する点をまずペナルティ関数上に定め，それを直線で結ぶ方法をとることにする．つまり，非線形なペナルティ関数を$Q_i(h_i(x))$，線形近似関数を$W_{i,l_i}(h_i(x))$とすると，(3)式となるように（各区分点では両関数が等しい値をとるように），線形近似する．

$$z_i(r_{i,k}) = W_{i,l_i}(r_{i,k}),\ k = 1,\ldots,l_i \tag{3}$$

非線形なペナルティ関数$Q_i(h_i(x))$は(2)式で表されるので，線形近似関数の傾きは(4)式で表される．

$$F_{i,k} = \frac{q_1 \cdot \left(\int_{r_{i,k}}^{r_{i,k+1}} F_i(\tilde{b}_i)\,d\tilde{b}_i\right)}{r_{i,k+1} - r_{i,k}} = \frac{Q_i(r_{i,k+1}) - Q_i(r_{i,k})}{r_{i,k+1} - r_{i,k}} \tag{4}$$

そして，この傾きは累積分布値に相当することから分かるように，非線形なペナルティ関数を線形近似することは，連続分布として想定する確率分布の形状に応じて離散的な状況を決める（連続分布を離散分布で近似する）ことになる．

例えば，(5)式のように，確率密度関数$f_i(\tilde{b}_i)$から求められるペナルティ関数を等間隔で

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

7カ所に離散的状況を決めた（区分した）場合，離散分布 $f_i^D(\tilde{b}_i)$ で近似することに相当する．

$$f_i(\tilde{b}_i) = \begin{cases} 0 & (\tilde{b}_i \leq 0) \\ \frac{1}{625} \cdot \tilde{b}_i & (0 < \tilde{b}_i \leq 25) \\ -\frac{1}{625} \cdot (\tilde{b}_i - 25) & (25 < \tilde{b}_i \leq 50) \\ 0 & (\tilde{b}_i \geq 50) \end{cases} \Rightarrow f_i^D(\tilde{b}_i) = \begin{cases} \frac{1}{54} & (\tilde{b}_i = 0,\ \tilde{b}_i = 50) \\ \frac{1}{9} & (\tilde{b}_i = \frac{25}{3},\ \tilde{b}_i = \frac{125}{3}) \\ \frac{2}{9} & (\tilde{b}_i = \frac{50}{3},\ \tilde{b}_i = \frac{100}{3}) \\ \frac{8}{27} & (\tilde{b}_i = 25) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases} \quad (5)$$

(2) 線形近似の区分数（代表する離散的状況の数）

ケース21からケース25までの各ケースは線形近似する区分数を3,5,7,9,11としたケースである．そして，ケース2Tは確率分布が三角分布の場合で，非線形なペナルティ関数のままで解いたケースである．ただし，目標値及び制約値は表1のケース13D と同じである．

(3) 結果

基準化モデルの各ケースについて，以上の条件の下で問題を解いた結果から得られた各指標の達成値と解く前の現状の値を表6に示す．

表6　線形近似解法の方法が異なるケースを比較したときの各指標値

指　標		現状値	ケース21	ケース22	ケース23	ケース24	ケース25	ケース2T
現在	利益	71.635	75.564	75.564	75.564	75.564	75.564	75.552
	3ヵ月以内の金利変動リスク	711.00	681.00	681.00	681.00	681.00	681.00	681.00
	6ヵ月以内の金利変動リスク	905.00	845.00	845.00	845.00	845.00	845.00	845.00
	3ヵ月以内の流動性リスク	-0.520	-0.433	-0.433	-0.433	-0.433	-0.433	-0.443
	自己資本比率	8.278%	8.050%	8.050%	8.050%	8.050%	8.050%	8.052%
	自己資本比率（基本項目）	4.332%	4.213%	4.213%	4.213%	4.213%	4.213%	4.214%
	預金準備率	7.324%	6.000%	6.000%	6.000%	6.000%	6.000%	6.000%
3ヵ月後	利益	71.635	76.124	76.132	76.259	76.225	76.208	76.205
	3ヵ月以内の金利変動リスク	754.00	644.00	639.00	640.67	641.50	640.00	641.06
	6ヵ月以内の金利変動リスク	873.00	700.00	700.00	700.00	700.00	700.00	699.99
	3ヵ月以内の流動性リスク	-0.538	-0.430	-0.430	-0.430	-0.430	-0.430	-0.431
	自己資本比率	8.555%	8.378%	8.378%	8.378%	8.378%	8.378%	8.372%
	自己資本比率（基本項目）	4.609%	4.521%	4.521%	4.521%	4.521%	4.521%	4.517%
	預金準備率	7.576%	6.000%	6.000%	6.000%	6.000%	6.000%	6.000%

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

(4) 考察

表6を見ても分かるように，ケース21～25（線形近似）はケース2T（非線形）とほぼ同じ値を求めることができている．ケース2Tの解は非線形プログラム(ASNOP［1］)を用いて求めたが，求められる解は初期解の与え方によってはわずかながら異なることがある．今回の数値実験では確率分布を三角分布にしてペナルティ関数を3次関数としたが，非線形問題の場合，収束性に問題がありそうである．一方，線形近似をすることによって問題を解くことは，区分数が多くなるほど変数や制約式の数は多くなるが，非線形のときに見られるような収束性の問題は回避でき，十分に有効な近似解を得ることができるものと期待できる．このように区分近似解法は，区分数を多くすればどのような分布にも対応が可能であり，有力な解法と考えられる．不確実性を取り扱う確率モデルを用いて問題を解くことは多くの場合，非線形問題として取り扱わなければならない．そのため，問題が大規模になると確定的なパラメータだけを取り扱うモデルに比べると計算可能性の面で実用的ではなくなっていく．この数値実験の結果は実際の銀行の規模からすると非常に小さい問題ではある．しかし得られた結果から，非線形関数に対して区分線形近似解法を用いることで，確率モデルも十分に実用に役立てることができると考える．

5. 分析3： 確率分布の形状が異なるケースの比較

確率変数の確率分布の形状が異なる5ケースについて比較を行ってみる．問題を解きやすくするために，確率分布はすべて9点離散分布とする．各々のケースの確率分布は表7の通りである．

表7 確率分担の形状が異なるケースを比較したときの確率分布（自己資本比率確率制約式（株式含み益）の場合）

$\tilde{b}i=$	ケース31	ケース32	ケース33	ケース34	ケース35
0.00	1/37	1/25	1/37	1/33	1/9
6.25	8/37	2/25	2/37	7/33	1/9
12.50	7/37	3/25	3/37	5/33	1/9
18.75	6/37	4/25	4/37	3/33	1/9
25.00	5/37	5/25	5/37	1/33	1/9
31.25	4/37	4/25	6/37	3/33	1/9
37.50	3/37	3/25	7/37	5/33	1/9
43.75	2/37	2/25	8/37	7/33	1/9
50.00	1/37	1/25	1/37	1/33	1/9
基準化パラメータ	29.73	25.00	20.27	25.00	25.00

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

図で表すと図2のようになる．

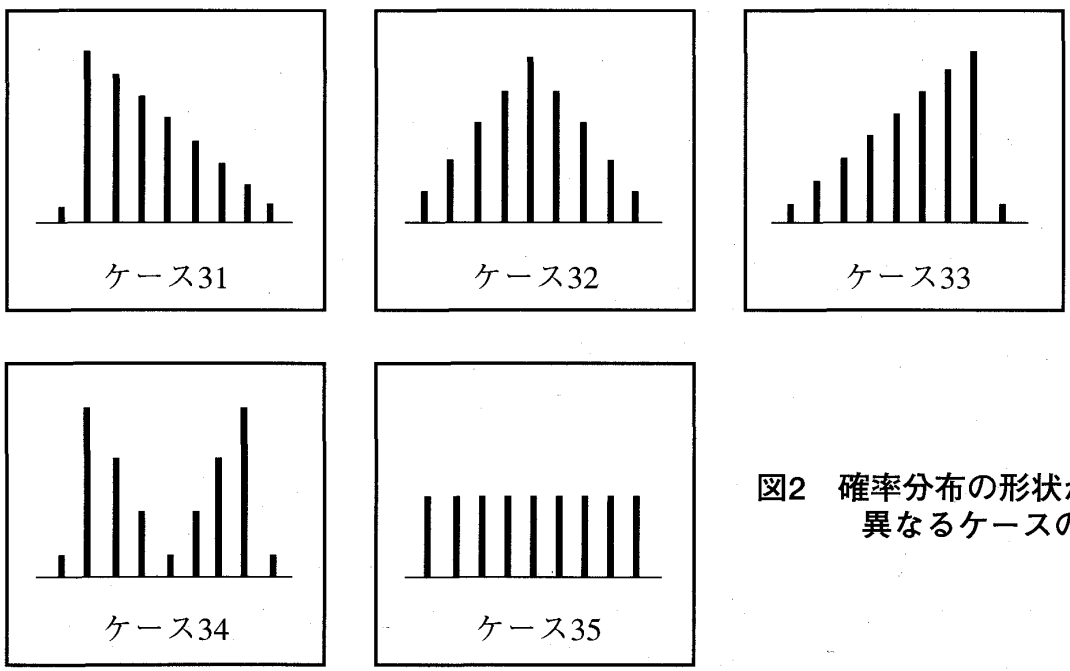

図2　確率分布の形状が異なるケースの比較

そして，目標値及び制約値は表1のケース13Dと同じものとする．

(2) 結果

各ケースについて，以上の条件の下で問題を解いた結果から得られた各指標の達成値と解く前の現状の値を表8に示す．

表8　確率分布の形状が異なるケースを比較したときの各指標値

指　標		現状値	ケース31	ケース32	ケース33	ケース34	ケース35
現在	利益	71.635	75.564	75.564	75.564	75.564	75.564
	3ヵ月以内の金利変動リスク	711.00	681.00	681.00	681.00	681.00	681.00
	6ヵ月以内の金利変動リスク	905.00	845.00	845.00	845.00	845.00	845.00
	3ヵ月以内の流動性リスク	-0.520	-0.433	-0.433	-0.433	-0.433	-0.433
	自己資本比率	8.278%	8.050%	8.050%	8.050%	8.050%	8.050%
	自己資本比率(基本項目)	4.332%	4.213%	4.213%	4.213%	4.213%	4.213%
	預金準備率	7.324%	6.000%	6.000%	6.000%	6.000%	6.000%
3ヵ月後	利益	71.635	74.313	76.128	76.128	74.754	76.124
	3ヵ月以内の金利変動リスク	754.00	641.50	641.50	641.50	641.50	644.00
	6ヵ月以内の金利変動リスク	873.00	700.00	700.00	700.00	700.00	700.00
	3ヵ月以内の流動性リスク	-0.538	-0.422	-0.430	-0.430	-0.424	-0.430
	自己資本比率	8.555%	8.535%	8.378%	8.378%	8.498%	8.378%
	自己資本比率(基本項目)	4.609%	4.605%	4.521%	4.521%	4.586%	4.521%
	預金準備率	7.576%	6.000%	6.000%	6.000%	6.000%	6.000%

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

(3) 考察

表8をみると，現在における指標は確定モデル（ケース13D)と同様であるので，3カ月後によって比較する．結果を見ると利益と自己資本比率の値に関してケース31,34とケース32,33,35という大きく2パターンに分かれている．これは表9からも分かるように，自己資本比率確率制約式が確率制約式の中ではペナルティの値が大きいからである．

表9 確率分布の形状が異なるケースを比較したときのペナルティの値

確率制約式		ケース31	ケース32	ケース33	ケース34	ケース35
現在	3ヵ月以内の流動リスク	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
3ヵ月後	3ヵ月以内の流動リスク	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	自己資本比率	0.176	0.200	0.167	0.216	0.278
	市場環境制約（資産側合計）	0.006	0.010	0.008	0.008	0.000
	市場環境制約（負債側合計）	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

このように大きく2パターンに分かれたのは，次の3つの理由が考えられる．まず基準化しているために分布型によって（基準化しないよりは）あまり差が生じないこと，次に表9からも分かるように主にペナルティが自己資本比率確率制約式に対するものだけであること，そしてペナルティがかかっていても分布の左側の部分（右へ行けばペナルティが大きくかかる）だけであることの3つである．図2の分布の左側だけを見ると，ケース31,34は右下がりの分布型，ケース32,33,35は右上がり（または平ら）の分布形と分けることができるので，3つ目の理由が主な理由と考えられる．基準化モデルの場合，目標制約におけるリグレット（不達成度）と同じように，確率制約に対するペナルティを制約の不成立度と考えている．そのため，今回の数値実験のように右上がりと右下がりというように分布型の特徴が大きく変わると結果に影響してくる．このことは，確率計画モデルを用いるとき，実際には確率分布を正確に設定することは難しいが，分布形の特徴をとらえる限りは，それに見合う結果を導いてくれることを示している．

6. おわりに

本研究ノートでは，枇々木・福川［9］の提案した多目標単純リコース確率計画ALMモデルに対し，数値実験による考察を行った．確率計画モデルにおいてもALMモデルの基本的な特徴である利益とリスクのトレードオフの関係を示すことができた．さらに，取り扱う確率分布の違いによる影響も調べ，確率分布の特徴を大きく変えない限りはそれに見合う方策を出すことができることも分かった．また，確率計画モデルの場合，非線形計

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

画問題として取り扱うことが多くなるが，その場合も線形近似することにより，計算可能性を高め，実用的に利用可能であることも示した．この数値実験ではモデルの特徴を分かりやすく明らかにするために取り扱った商品や制約の数などは実際の銀行に比べてはるかに小さいものである．しかしながら，得られた結果や考察から分かるように，多目標単純リコース確率計画ALM モデルは，個々の銀行の特質に合わせたモデルの修正を加えた上で，実務上のALM モデルとして十分に役立つものと考える．

参考文献

[1] ASNOP研究会：『パソコンFORTRAN 版非線形最適化プログラミングApplication System for Nonlinear Optimaization Problem』，日刊工業新聞社，1991.

[2] 伏見多美雄，福川忠昭，山口俊和：『経営の多目標計画』，森北出版，1987.

[3] 枇々木規雄，福川忠昭：「ALM（資産負債管理）による銀行の金利変動リスクの管理」，慶應経営論集，Vol.9，No.1, pp.1-15, 1991.

[4] 枇々木規雄，福川忠昭：「ALM（資産負債管理）の考え方に基づく銀行のリスク管理へのモデル・アプローチ」，Journal of the Operations Research Society of Japan, Vol.35, No.4, pp.319-343, 1992.

[5] 枇々木規雄，福川忠昭：「多期間ALM モデルによる銀行のリスク管理」，管理会計学，Vol.2, No.1, pp.3-22, 1993.

[6] 枇々木規雄，福川忠昭：「多期間ALM モデルの数値実験による考察」，管理会計学，Vol.2, No.1, pp.71-88, 1993.

[7] 枇々木規雄，福川忠昭：「目標計画法による通貨別（多通貨)ALMモデル」，慶應義塾大学理工学部管理工学科テクニカル・レポート，No.93001，1993.

[8] 枇々木規雄，福川忠昭：「通貨別（多通貨)ALMモデルによる銀行のリスク管理」，日本経営工学会誌，受理.

[9] 枇々木規雄，福川忠昭：「銀行のリスク管理のための多目標単純リコース確率計画ALM モデル」，管理会計学，Vol.2, No.2, 1994.

NII-Electronic Library Service

The Japanese Association of Management Accounting

The Journal of Management Accounting, Japan
Vol. 2, No. 2 Autumn 1993

AN EXPERIMENTAL STUDY WITH NUMERICAL DATA TO THE MULTI-GOAL STOCHASTIC ALM MODEL WITH SIMPLE RECOURSE

Norio Hibiki*, and Tadaaki Fukukawa†

ABSTRACT

In this study, experiments with numerical data are made to the multi-goal stochastic ALM model with simple recourse, which is based on the idea of risk management(ALM), and proposed by Hibiki and Fukukawa.

The purpose of this experiments is to compare the stochastic model with deterministic model, and to investigate the features of this model with uncertainty, such as the trade-off relation between profit and risk, the computing technique for the solution, and so on. Three experiments are shown. Several cases are compared, which have (1)the different goals to the profit and interest rate risk, (2)the different ways of the linear approximation to the penalty function, (3)the different shapes of the probability function.

Then the usefulness of this model in practice can be reported by representing the results of those experiments.

KEYWORDS

Asset Liability Management, Banking, Risk Management, Goal Programming, Stochastic Programming with Simple Recourse, Trade-off

Submitted October 1993
*Department of Administration Engineering, Faculty of Science and Technology, Keio University
†Department of Administration Engineering, Faculty of Science and Technology, Keio University

NII-Electronic Library Service